

基于混合笛卡尔网格方法的可压流动 数值模拟

沈志伟, 赵 宁, 胡 偶

(南京航空航天大学 航空宇航学院, 南京 210016)

摘 要: 以可压缩黏性流动的数值模拟为研究背景, 发展了一套自适应混合笛卡尔网格(AHCG)生成方法以及基于有限体积方法的雷诺数平均 Navier-Stokes(RANS)的数值求解方法. 为更好地模拟边界层的黏性流动在近壁面处采用贴体结构网格, 剩余计算区域自动生成与之相重叠的笛卡尔网格, 并同时发展了基于流场特征的笛卡尔网格自适应技术. 结合 ADT(alternating digital tree)算法显著减少了网格生成中“挖洞”和“贡献单元”搜索的消耗机时, 50 万左右的网格数目下, 搜索耗时为 0.062 s, 仅为普通遍历方法的 1/1847. 通过二维圆柱与两段翼型绕流的数值算例显示, 定常 AHCG 方法能够准确地预测物面压力分布与升阻力系数并且具备处理复杂外形的能力; 同时通过二维非定常圆柱绕流问题与 NACA0015 矩形机翼翼尖涡的捕捉算例显示, 结合了动态自适应网格加密的非定常 AHCG 方法尤其适用于漩涡主导流动.

关 键 词: 混合笛卡尔网格; 雷诺数平均 Navier-Stokes; 自适应网格加密; ADT 算法; 复杂外形
中图分类号: V211 **文献标志码:** A

Hybrid cartesian grid method for compressible viscous flows

SHEN Zhi-wei, ZHAO Ning, HU Ou

(College of Aerospace Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: An adaptive hybrid Cartesian grid (AHCG) method with a finite volume type Reynolds average Navier-Stokes (RANS) flow solver was developed for simulation of compressible viscous flows. While the near body region was provided with body-fitted structured grids to resolve the boundary layers, the remaining computational domain was tessellated with generated Cartesian mesh, and feature-based grid adaptations were carried out for simulating the flowfield more accurately. By using the alternating digital tree (ADT) algorithm, the costed turnaround time of chimera type hole-cutting and identification of donor cells could be decreased very efficiently, 0.062s was costed, up to only 1/1847th of the normal traversal approach when the grid number reached 500000. Through simulations of flow past 2-D cylinder and 2-element airfoil, it is concluded that steady AHCG method can predict surface pressure distribution, lift and drag coefficients successfully and has the ability of solving complex configurations. The simulation of unsteady flow past 2-D cylinder and the capture of 3-D wing tip vortex past a NACA0015 rectangular wing demonstrate that unsteady AHCG method with dynamic adaptive mesh refinement (AMR) is especially suited for vortex-dominated flows.

Key words: hybrid Cartesian grid; Reynolds average Navier-Stokes;

adaptive mesh refinement; alternating digital tree algorithm;
complex configurations

计算网络的合理设计和高质量的生成是计算流体力学(CFD)数值模拟的前提条件。目前的网格生成类型大体分为3种:结构、非结构和笛卡尔网格。结构网格数据结构简单、方便检索,因其贴体的几何特性,在边界层流动特性的捕捉和流场的计算精度上有着天然的优势;但是处理复杂的几何外形时,单块网格的拓扑结构会变得十分复杂,生成网格的工作量剧增的同时也可能造成网格质量下降。非结构网格生成方便灵活,对于物面边界的几何形状没有限制而且自适应处理容易^[1],在处理复杂外形流动方面行之有效;但是其内存的占用和CPU时间的开销上相对于结构网格要大^[2],同时,面对复杂的黏性湍流流动,非结构网格并不能够很好的模拟附面层的流动^[3]。笛卡尔网格虽然在物面处理上较为困难^[4],但是其生成自动化程度高,数据结构简明易用,不存在大畸变网格,便于进行基于物面几何外形和流场特征的自适应,能够更好地捕捉例如激波、漩涡等流动的特性^[5-6]。

在复杂外形绕流和存在多体相对运动的流动问题中,多区重叠网格方法(chimera方法^[7])以其独特的优势而备受关注。本文发展的自适应混合笛卡尔网格方法(AHCG),可以认为就是一类特殊的重叠网格方法。与重叠网格方法一致,生成混合笛卡尔网格(HCG)的核心步骤也是“挖洞”和“找点”:

1) 挖洞。处理单物体绕流时,以贴体网格的外边界为外交接面去除笛卡尔网格中不需要的单元(洞内单元),构造内交接面;多物体时,首先进行多块网格的重叠处理,生成外交界面,再以此为根据进行挖洞。本文基于hole-map的思想^[8],结合ADT算法^[9]和矢量运算法^[10],给出了一种二维三维均适用的挖洞步骤。

2) 找点。本文在交接面上采用了Munikrishna等人的处理方法^[11],其基于格心格式的有限体积方法将重叠网格方法中流场信息传递时的插值计算简化成交接面(interface)上“贡献单元”地搜索,简单实用。

AHCG方法克服了纯粹的贴体或笛卡尔网格的不足,既能够准确的模拟边界层的流动情况,又能够根据流场特征进行笛卡尔网格的解自适应。本文测试了HCG方法在网格生成中的CPU

耗时,同时比较了“贡献单元”搜索中ADT算法和遍历方法的耗时,最后针对多物体的二维可压复杂流动和三维可压流动中的几个算例进行了数值模拟研究,验证了本文方法是可信准确的以及具备一定的工程利用前景。

1 混合网格的生成方法

1.1 多区重叠技术的研究

ADT技术引入超空间的概念用包围盒来替代网格单元,将单块结构网格中的所有单元可序化并构造其相对应的二叉树,在处理任意几何外形的相交问题时有着很高的效率。本文根据割补(cut-paste)法^[12]的思想来进行多区重叠网格处理的同时引入ADT算法,缩短了网格生成时间,提高了效率。结合ADT技术的割补法流程如下:

1) 对每块结构网格 $i(i=1,2,\dots,N)$ 分别构造相应的ADT树(ADT $[i]$)。

2) 逐个判断网格 i 的最外层网格单元与其余 $N-1$ 套结构网格是否相交,剔除相交的单元并在其所属的ADT $[i]$ 树中标记出来。

3) 重复步骤2)直到所有的结构网格 i 都不再有相互重叠的部分为止。

4) 逐层外推3)中得到的结构网格,直到所有填补的网格单元都满足自身整体落在其余 $N-1$ 套结构网格中。

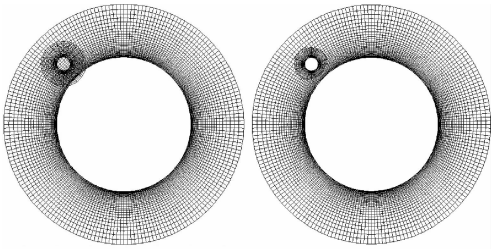
在上述的流程中,求解单个网格单元与另一套网格系统的ADT树是否相交这一运算需要反复用到,ADT树的引入使得一个100万数目的网格系统存放在深度为20的二叉树中,最多只需要做19次的判定就可以获得所需的信息。文献^[9]给出了ADT树的构造的详细过程,需要指出的是,在网格单元被割补的过程中不需要重新生成所属网格系统的ADT树,标记出该单元跳过即可,并不会影响整个流程。

本文方法自动化程度较高。从图1展示的几个示例可以看到该方法能够很好地处理不同情况下的多区重叠网格问题,并且保留了割补法重叠区域小、重叠区的位置相对远离物面的优点。

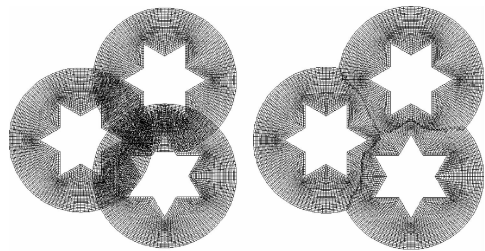
1.2 单体绕流的混合网格生成

以图2中的NACA0012二维翼型为例,单体混合笛卡尔网格的生成步骤如下:

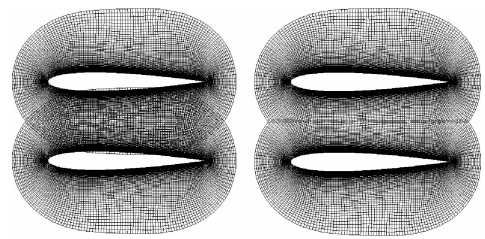
单元就是需要寻找的“贡献单元” b , 单元 b 需要满足该文献中给出的几何条件



(a) 大小圆网格相互重叠处理前后



(b) 3个六角形网格相互重叠处理前后



(c) 双翼型O型网格重叠处理前后

图 1 多区重叠网格处理示意图

Fig. 1 Cases using the present chimera method

1) 生成翼型的贴体结构网格, 如图 2(a) 所示, 提取贴体网格的外边界作为初始洞边界。

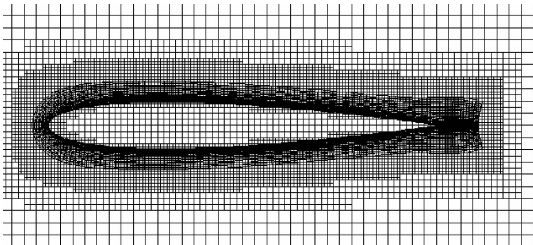
2) 构造初始洞边界的 ADT, 生成初始的笛卡尔网格, 如图 2(b) 所示, 此时两套网格相互重叠, 笛卡尔网格的几何加密次数可以根据结构网格最外层的网格尺度来确定。

3) 标记洞边界单元, 依据 hole-map 的思想, 从 4 个角点单元朝内层层推进, 如图 2(c) 所示, 根据洞边界的封闭性, 分辨出洞外的单元和洞内单元, 生成的混合网格如图 2(d) 所示。

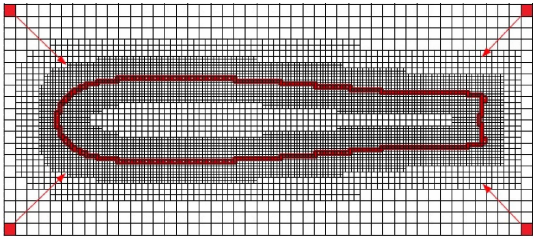
4) 搜索“贡献单元”, 完成两套网格之间的信息传递。该步骤中需要首先分别构造笛卡尔网格和贴体网格的 ADT, 遍历笛卡尔和贴体网格的交接面, 设定自身的搜索包围框来寻找其在另一网格系统中的“贡献单元”。如图 2(e) 所示, 本文采用了文献[11]给出的“贡献单元”选取方法: 红色网格边界线是贴体网格的交接面, 蓝色网格边界线是笛卡尔网格的交接面, 当计算笛卡尔网格边 ab 上数值通量的时候, 左单元为笛卡尔网格 a , 右



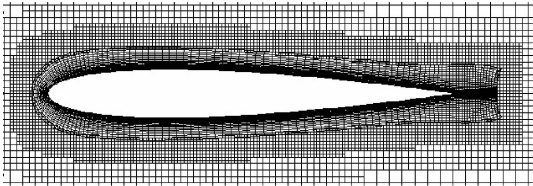
(a) 生成贴体结构网格, 选定初始洞面



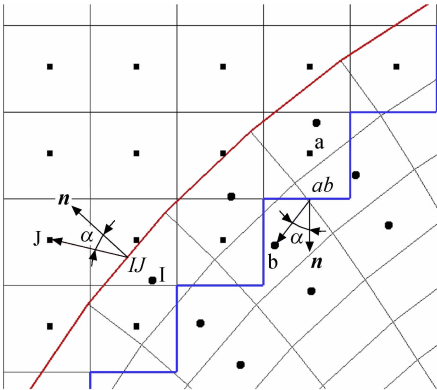
(b) 根据初始洞面生成几何自适应的笛卡尔网格



(c) 确定洞边界, 从角点朝内推进, 去除洞内点



(d) 去除洞点之后的混合笛卡尔网格示意图



(e) 交接面“贡献单元”的确定

图 2 NACA0012 翼型的混合笛卡尔网格生成过程
Fig. 2 Stages in generating hybrid Cartesian grid of NACA0012

$$d_{db} = \min(d_{om})$$

且 d_{om} 与 n_{ab} 之间的夹角 α 小于预定值
($30^\circ \sim 50^\circ$)

(1)

其中 d_{om} 表示包含在网格边 ab 的包围框内的候选结构网格单元 m 的中心相对于网格边 ab 中心的位移向量, n_{ab} 为网格边 ab 的单位法向量.

步骤 3) 中洞边界单元的确定结合了 ADT 算法和矢量运算法, 快捷有效. 结合图 3 给出判定方法如下: IJ 为结构网格的外边界, ADT 树中其对应着蓝色的包围框, 能够迅速找到笛卡尔网格单元 a, b, c, d 与其相交; 对于单元 a , 根据 IJ 中点到点 1, 2, 3, 4 四个顶点的向量 r_1, r_2, r_3, r_4 和 IJ 的单位外法 n 的夹角来判断该点位于 IJ 的外侧还是内侧. 如果单元 a 的 4 个顶点都在 IJ 的外侧, 那么判定其为洞外单元; 如果单元 a 的 4 个顶点都在 IJ 的内侧, 那么判定其为洞内单元; 其他的情况即判定为洞边界单元.

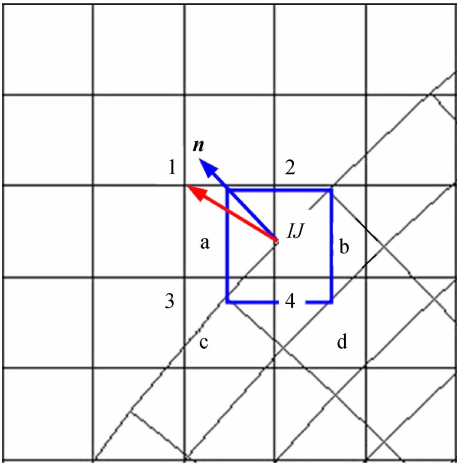


图 3 洞边界单元的确定方法
Fig. 3 Identification of hole cells

1.3 多体复杂流动中混合网格生成

以图 4 中的 NLR 7301 二维两段翼型为例, 多体混合网格的生成步骤如下:

- 1) 单独生成主翼和后缘缝翼的贴体结构网格, 如图 4(a) 所示.
- 2) 利用第 1.1 节中的方法对重叠区域进行处理, 创建新的贴体网格交接面, 如图 4(b) 所示.
- 3) 依据新创建的贴体网格交接面, 重复第 1.2 节中的步骤 2)、步骤 3) 生成两段翼的混合笛卡尔网格, 如图 4(c) 所示.

本文中混合网格的生成方法在扩展到三维时不会产生任何困难, 只需进行以下 3 点改动:

- 1) 把所用到的 ADT 叉树结构中的包围盒由四维超数扩展到六维来表示, 三维网格和 ADT 树的求交运算和二维时候原理不变.
 - 2) 三维笛卡尔网格运用 hole-map 的过程中, 角点数目由二维的 4 个改动成 8 个角点.
 - 3) 三维矢量运算法中, 洞边界单元由线段改变成面.
- 综合以上内容, 可以将混合笛卡尔网格的生成步骤概括成图 5 中的流程.

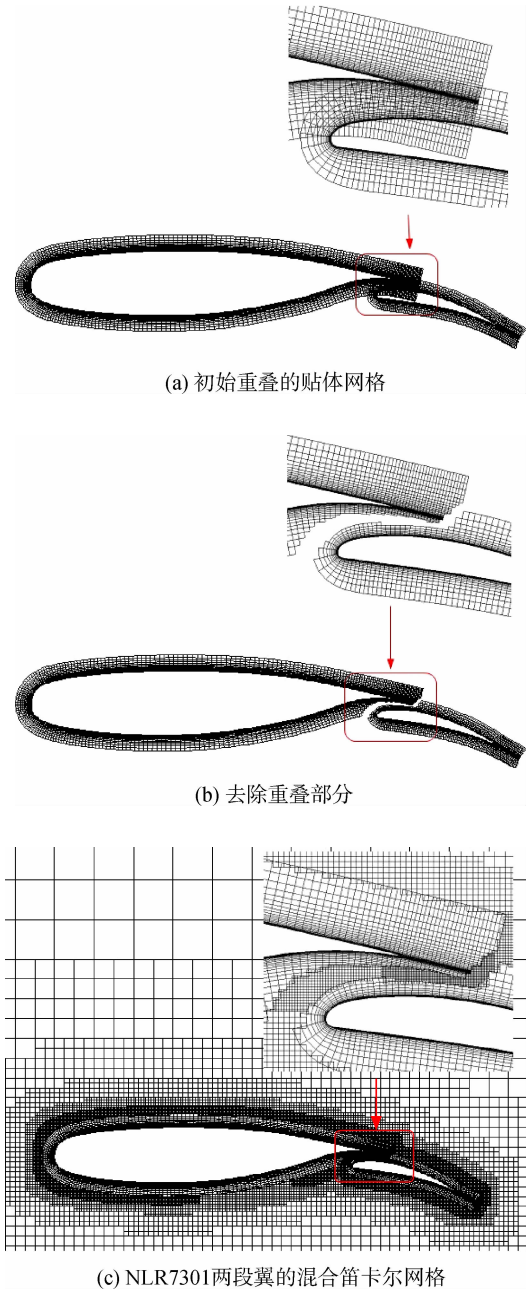


图 4 NLR7301 两段翼的混合笛卡尔网格生成示意
Fig. 4 Stages in generating hybrid Cartesian grid of NLR7301

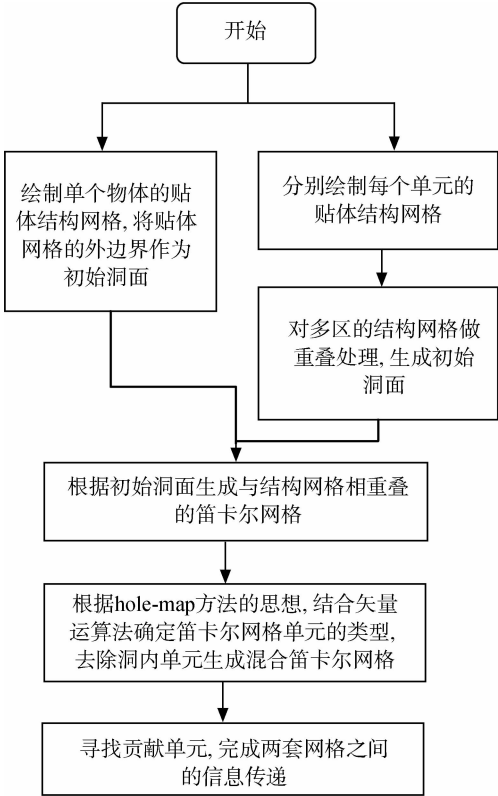


图 5 混合笛卡尔网格的生成步骤

为了使得两套网格在交接面上的网格尺度尽量匹配,当洞边界上网格面的数量增加时,可以控制笛卡尔网格的加密次数随之增大.表 2 给出了网格尺度过度更为合理的 3 组网格生成的 CPU 耗时.从表 2 给出的时间可以看到,本文生成数量 60 万左右的笛卡尔网格时,耗费时间靠近 140 s.表 1、表 2 中 ΔS 为贴体网格外边界上的网格面的面积, T 为 CPU 耗时, N_{cell} 为笛卡尔网格的数量.

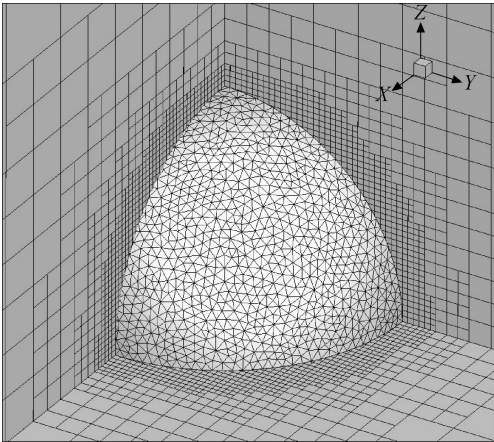


图 6 三维球体的混合笛卡尔网格

Fig. 5 Stages of generating hybrid Cartesian grid

Fig. 6 Hybrid cartesian grid of 3-D spheroid

2 ADT 对网格生成效率的影响研究

ADT 技术的使用使得 HCG 方法在网格生成时处理“挖洞”环节和“贡献单元”搜索上具有了很高的效率.本文以三维球体的混合笛卡尔网格生成为例(图 6),探究了当初始洞边界上单元面积改变以及笛卡尔网格加密次数增加时 HCG 方法生成网格的机时消耗;并以二维圆的混合笛卡尔网格为例(图 7)分别测试了不同网格数量下“贡献单元”搜索时遍历法和 ADT 算法的耗时.本文所有的测试都是在联想万全服务器上进行, CPU 为主频 2.13 GHz 的 INTEL-XEON-E5506.

2.1 HCG 方法在三维球体网格生成中的耗时测试

生成笛卡尔网格的挖洞过程中,图 6 中构成外边界的网格面数量改变时,其相应的 ADT 树的大小也随之变动.表 1 给出了当笛卡尔网格生成的加密次数 N_r 固定,初始洞边界上网格面数量 N_{sur} 增加时网格生成所需要的 CPU 时间.从表 1 中的数据可以看到,尽管洞边界上的网格面数增量很大,但是消耗的 CPU 时间并不会显著地变化,生成数量靠近 6 万的笛卡尔网格仅仅耗时 6 s 左右.

表 1 固定加密次数的混合笛卡尔网格生成耗时

Table 1 Time cost ofgenerating hybrid Cartesian grid with fixed N_r

$\Delta S/\text{cm}^2$	N_{sur}	N_r	T/s	N_{cell}
0.100	3 044	4	5.155	57 378
0.050	11 964	4	6.394	56 692
0.025	47 616	4	5.946	56 090

表 2 加密次数改变时混合笛卡尔网格生成耗时

Table 2 Time cost of generating hybrid Cartesian grid with changed N_r

$\Delta S/\text{cm}^2$	N_{sur}	N_r	T/s	N_{cell}
0.100	3 044	4	5.155	57 378
0.050	11 964	5	23.956	171 792
0.025	47 616	6	138.810	591 268

2.2 遍历法和 ADT 算法在搜索“贡献单元”中的耗时测试

本节以二维圆的混合网格为例,比对了遍历法和 ADT 算法在搜索“贡献单元”时的 CPU 耗时.构造 $250\times125, 500\times250, 1\,000\times500$ 三种分

布的结构网格,当结构网格的数目增加时,笛卡尔网格生成过程中的加密次数相应地变化成 $N_r = 3, 4, 5$. 图 7 给出了 250×125 分布的结构网格和外圈笛卡尔网格的图示. 从表 3 给出的时间可以看到使用遍历法时,随着网格数目的增加,耗时增加显著;而 ADT 算法中,CPU 耗时极少,数量超过 50 万的混合网格“贡献单元”的确定仅仅耗时不到 0.07 s,相比遍历法效率大大提高. 表 3 中 N_s 为结构网格的数目, N 为混合网格的总数目, T_1 为采用遍历法的 CPU 耗时, T_2 为采用 ADT 算法的机器耗时, R 为两者耗时之比.

表 3 两种方法在搜索“贡献单元”中的耗时对比
Table 3 Time cost of identification of donor cells with different methods

N_s	N	T_1/s	T_2/s	R
250×125	36 599	2.075	0.015	138
500×250	134 241	15.175	0.031	490
1000×500	516 785	114.489	0.062	1847

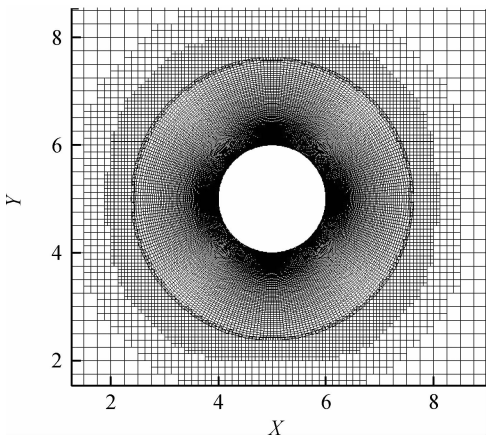


图 7 二维圆的混合笛卡尔网格
Fig. 7 Hybrid Cartesian grid of 2-D circle

3 计算数值方法和基于流场特征的自适应技术

3.1 控制方程和数值模拟方法

积分守恒形式的 RANS 方程表达式如下:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} W d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (F_c - F_v) dS = 0 \quad (2)$$

式中守恒变量 W , 对流通量 F_c 和黏性通量 F_v 的具体形式参见文献[13].

本文采用了基于非结构网格数据形式的格心格式有限体积方法来求解上式,鉴于网格生成步

骤中内外交接面上的左右单元已经找出,混合网格下整体的求解过程并不需要做特殊处理,交接面上数值通量的计算方法和内部的网格边保持一致. 时间推进采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel)隐式格式[14],并结合双时间步方法[13]用于求解非定常流动问题;空间离散上选取 AUSM+(advection upstream splitting method plus)[15]近似 Riemann 求解器并加入 Venkatakrishnan 限制器[16]来抑制间断区域的非物理振荡,同时为获得解的二阶精度进行了解的线性重构[13]. 湍流模型选取 SST(shear stress transport) $k-\omega$ 两方程模型[17]. 固壁采用无滑移边界条件,远场边界采用特征边界条件[13],并且使用远场环量修正[13]方法修正远场边界条件.

需要指出的是在黏性通量的计算中,求解网格边上基本变量 U 的梯度时,本文采用文献[11]里的方法,将 U 的梯度分解成法向和切向两个分量来分别求解,如图 8 所示.

$$\nabla U^n = \frac{U_j - U_i}{|n \cdot r_{ij}|} \quad (3)$$

$$\nabla U^t = \frac{1}{2} [\nabla U_i \cdot t + \nabla U_j \cdot t] \quad (4)$$

$$\nabla U_J = \nabla U^n \cdot n + \nabla U^t \cdot t \quad (5)$$

其中 J 为网格边,左右单元分别是网格 i 和网格 j , r_{ij} 是网格 i 到网格 j 的位移向量, n 和 t 分别是网格边 J 上的单位法向量和单位切向量, ∇U_i 和 ∇U_j 分别是左右两个网格单元的梯度.

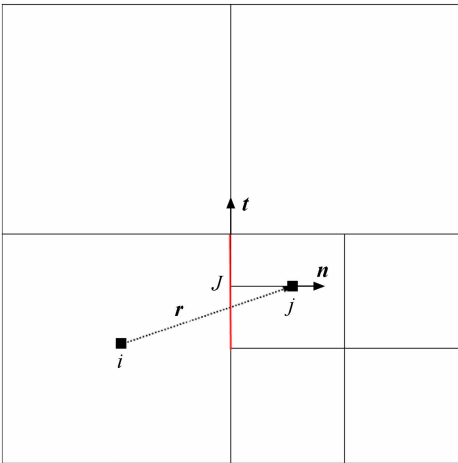


图 8 网格边 J 上的 ∇U_J 的求解示意图
Fig. 8 Typical finite folume interface; viscous discretization

3.2 基于流场特征的自适应技术

一般来讲,初始的混合笛卡尔网格质量仍有待提高,可以选取不同的判断标准在求解过程中

添加相应的解自适应技术来更好地捕捉流场的特征. 常用的判断标准有压力, 密度, 速度散度以及旋度等等. 模拟不同的流动问题时选用合适的判断标准能够获得更好的结果. 比如压力判据和密度判据都适用于存在激波结构的流场, 却无法捕捉剪切层, 压力判据无法捕捉接触间断而密度判据就可以. 文献[18]给出了上述几种判据的具体形式, 此处不再赘述.

Kamkar 等人^[19]针对漩涡主导流动(vortex-dominated flows, VDF)发展了能够更好捕捉流场中涡结构特性的一系列的无量纲判据, 本文在第四节的算例中用到了其中的 Q 准则. 对于速度梯度张量 $\nabla \mathbf{V}_{i,j}$, 可以将其分解成对称部分 $\mathbf{S}_{i,j}$ 和反对称部分 $\mathbf{\Omega}_{i,j}$, 形式如下:

$$\nabla \mathbf{V}_{i,j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \mathbf{S}_{i,j} + \mathbf{\Omega}_{i,j} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{S}_{i,j}$ 表示应变速率张量, $\mathbf{\Omega}_{i,j}$ 表示转动速率张量. 准则 Q 定义如下:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\mathbf{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) \quad (7)$$

无量纲化之后得到阈值 $f_{\text{threshold}}$ 的表达式为

$$f_{\text{threshold}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\|\mathbf{\Omega}\|^2}{\|\mathbf{S}\|^2} - 1 \right) \quad (8)$$

式中 $f_{\text{threshold}} \rightarrow -1/2$ 时流动为无旋流动, $f_{\text{threshold}} \rightarrow \infty$ 时为刚体转动. 计算中可以根据 $f_{\text{threshold}}$ 的值来判定网格单元是否需要加密.

4 算例分析

4.1 超声速圆柱绕流问题

该算例数值模拟了来流马赫数为 1.7, 雷诺数为 2×10^5 过直径 $D=1.0$ 的圆柱超声速绕流问题, 计算域为 $[-10D, 20D] \times [-20D, 20D]$. 该流动中圆柱上游会形成一道弓形激波, 波后速度增加又会在圆柱后缘形成两道激波, 并产生了后缘流动分离现象. 为考察基于流场特征的自适应技术对计算结果的影响, 本文分别计算了基于压力判据未进行解自适应的加密次数 $A_{\text{mr}}=0, 2, 4$ 的 3 种状态, 计算过程中每 5000 个时间步进行一次解自适应加密. 图 9 中给出了 3 种状态下全流场的网格图与计算所得的马赫数云图, 通过图 10 中马赫数云图的细节比较可以明显地看出, 添加解自适应网格技术后所得到的流场结构更为准

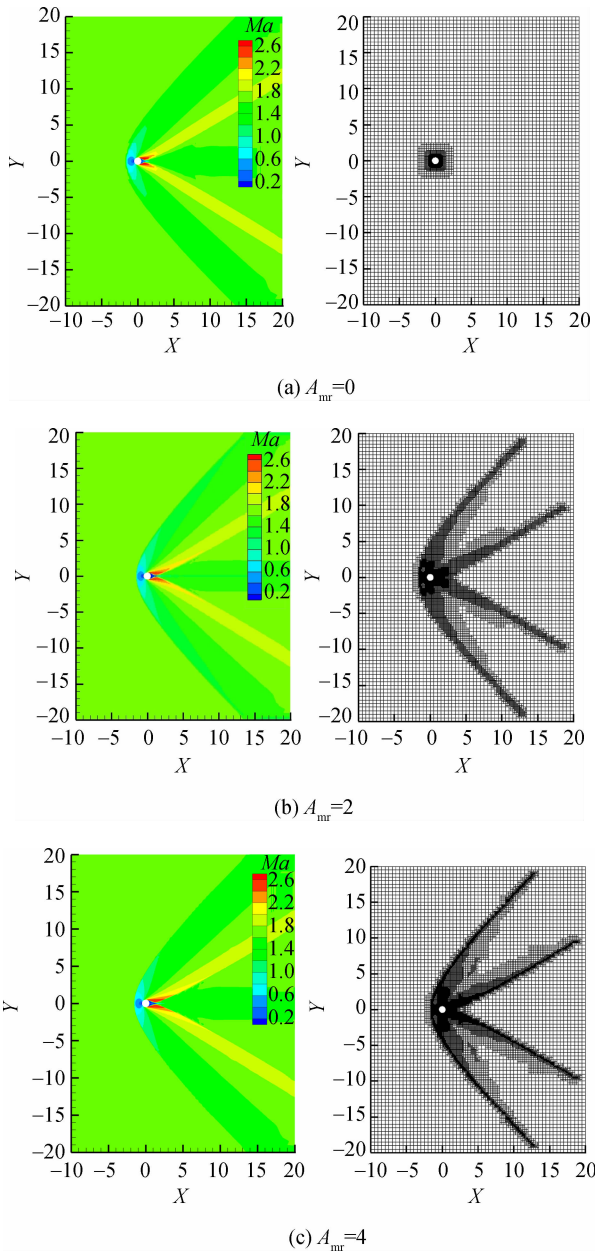
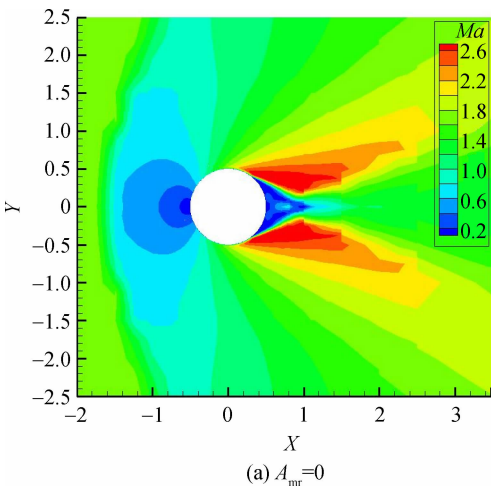


图 9 全流场网格图和马赫数云图

Fig. 9 Mesh and Mach number contours of flowfield



(a) $A_{\text{mr}}=0$

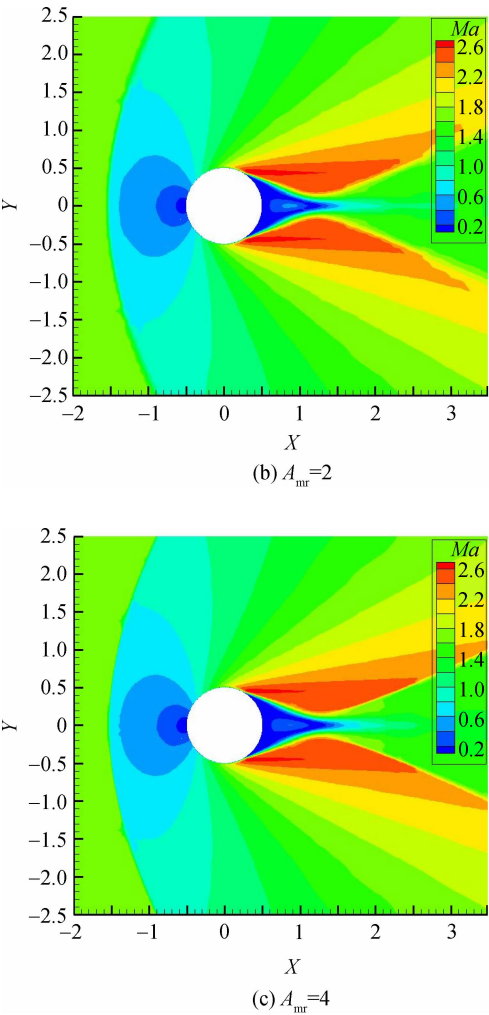


图 10 马赫数云图的比较

Fig. 10 Comparison of Mach number contours

确和清晰。表 4 给出了相应的网格单元数、后缘分离点的位置以及计算所得的阻力系数,图 11 给出了计算所得的物面压力分布,并都和文献[11]以及实验结果^[20]做出了对比。文献[11]中采用 2 阶精度 Van Leer 格式耦合 $k-\omega$ 湍流模型的混合网格方法求解了该算例,从对比结果可以看到在网格规模控制笛卡尔网格的加密次数随之增大。表 2 给出了网格尺度过度更为合理的 3 组网格生成的 CPU 耗时。从表 2 给出的时间可以看到,本文生成数量 60 万左右的笛卡尔网格时,耗费时间靠近 140 s。表 1,表 2 中 ΔS 为贴体网格外边界上的网格面的面积, T 为 CPU 耗时, N_{cell} 为笛卡尔网格的数量。

4.2 NLR7301 两段翼型的绕流问题

考虑典型高升力 NLR7301 两段翼型的绕流问题,该模型在 NLR Amsterdam 3 m×2 m 低速风洞进行了大量实验测量^[21]。翼型的襟翼偏角为 20°,主翼襟翼搭接量为 5.3% c 。本文模拟了缝隙

表 4 分离点和阻力系数的对比
Table 4 Comparison of angle of separation and drag coefficients

工况	网格数	分离点 θ_s	阻力系数 C_d
$A_{mr}=0$	31 568	124.5	1.50
$A_{mr}=2$	43 724	120.5	1.48
$A_{mr}=4$	65 501	119.0	1.47
文献[11]数据	70 602	133.9	1.50
文献[20]实验数据		112.0	1.43

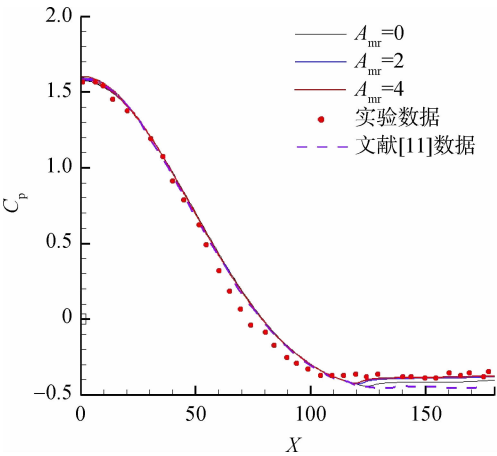


图 11 物面压力分布比较图

Fig. 11 Surface pressure coefficient

间距为 2.6% c 的构型,与风洞实验状态一致,计算马赫数取为 0.185,攻角为 6°,基于平均气动弦长($c=0.57$ m)的雷诺数为 2.51×10^6 ,远场边界取在 20 c 处。

本文为研究网格生成数量以及解自适应与否对计算质量的影响,绘制了主翼和襟翼上网格节点不同分布的 3 套网格:grid 1 中主翼上共布置了 150 个节点,襟翼布置了 100 个节点;grid 2 中分别增加到 200 和 150 个节点;grid 3 中分别增加到 250 和 200 个节点。混合网格的生成步骤在第 1.3 节中已经详细给出,未添加解自适应的初始混合网格数量分别是 25 871,35 212,42 770;采用基于散度加旋度的判据每 10 000 步进行一次解自适应,3 次解自适应之后的网格数目分别增加到 147 434,177 580,212 238。图 12 给出了 grid 3 网格结合解自适应技术计算所得的流场压力(p)分布云图。从图 13 给出的主翼和襟翼的压力系数分布来看,6 组中计算所得的主翼压力系数分布曲线都和实验值吻合的很好,而襟翼前缘的

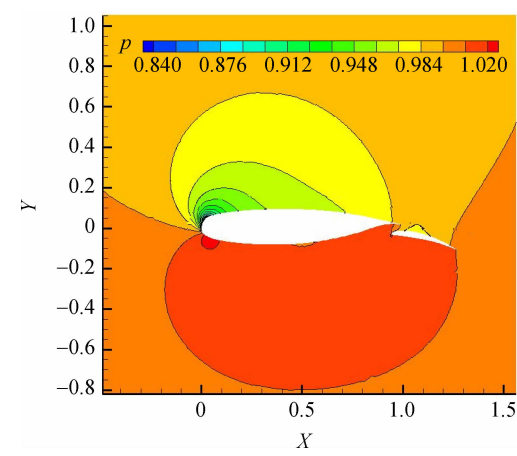
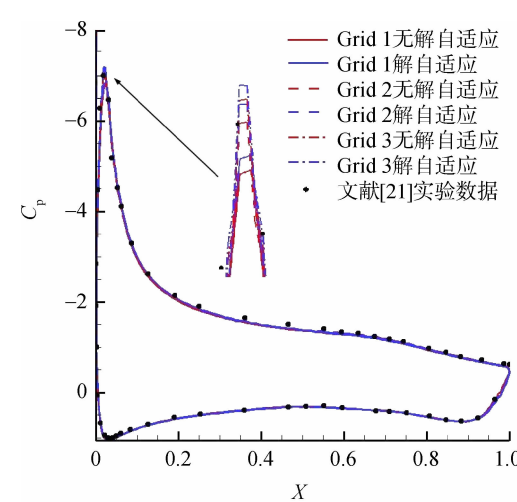
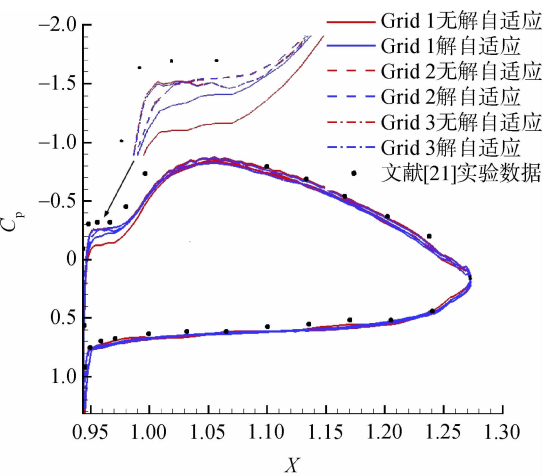


图 12 NLR7301 流场压力云图
Fig. 12 Pressure Field of NLR7301



(a) 主翼物面



(b) 襟翼物面

图 13 物面压力系数分布比较图
Fig. 13 Surface pressure coefficient

压力系数分布和实验值略有偏差,其中 grid 3 添加解自适应所得到的计算结果和实验点最为靠近.文献[22]中采用 5 阶加权紧致非线性格式

WCNS(weighted compact nonlinear scheme)在 20 万数量的结构网格中数值模拟了该两段翼型的绕流,表 5 中将本文计算得到的 6 组升力系数和阻力系数与上述结果以及实验^[21]中给出的结果做了比对,可以看到随着翼面上网格节点数目的增加,升力系数逐渐增大,阻力系数逐渐减小,均逼近实验值;解自适应的添加对升力系数的影响不大,但其对阻力系数的计算结果影响显著. Grid 3 结合解自适应计算得到的最终升阻力结果和文献[22]中相差无几,其中升力系数较实验值偏小 0.7%,阻力系数较实验值偏大 9.6%.

表 5 NLR7301 两段翼型的气动特性
Table 5 Aerodynamic character of NLR7301 airfoil

网格	工况	C_l	C_d
Grid 1	无解自适应	2.384	0.0368
贴体网格 150×100	解自适应	2.394	0.0315
	无解自适应	2.385	0.0353
Grid 2	解自适应	2.396	0.0285
贴体网格 200×150	无解自适应	2.427	0.0306
	解自适应	2.429	0.0251
Grid 3	无解自适应	2.420	0.0248
贴体网格 250×200	解自适应	2.446	0.0229
文献[22]数据		2.420	0.0248
文献[21]实验数据		2.446	0.0229

对于该算例,从本节进行的 6 组计算来看:只关注翼面压力系数分布时,未加自适应的比较粗略的网格就能够达到模拟的要求,HCG 方法使用的网格数量能够控制在 3 万以下;AHCG 方法能够提高精度,相对较少的网格结合解自适应技术所得到的升力系数能够和高精度格式得到的结果相当,但是要准确计算阻力系数则需要更多的网格数量,尤其是在襟翼上应该布置更多的节点.

4.3 非定常圆柱绕流问题

考虑二维圆柱的绕流问题.当雷诺数在 65~400 之间,层流态的漩涡会周期性的从圆柱表面脱落从而形成卡门涡街.本节考虑基于来流马赫数为 0.3 和圆柱直径为 D 的雷诺数 200 的流动情况,计算域为 $[-5D, 15D] \times [-5D, 5D]$,圆柱圆心位于 $(0,0)$ 处.该算例中初始混合网格的单元数为 14852,初始步长为 0.25,几何加密 4 次,包含 8000 个贴体结构网格单元,6852 个笛卡尔网格单元.非定常的计算过程中取无量纲的时间步长为 0.02,每 10 个时间步进行一次基于旋度判据的动态网格自适应加密或粗化,解自适应的加

密次数 $A_{mr}=3$. 图 14 为 150 时刻的瞬时网格, 网格单元数目增加到 36 428, 大约为初始网格单元数目的 1.5 倍. 图 15 给出了上述时刻的流场密度 (ρ) 云图并与未添加动态网格解自适应技术的计算结果做了对比, 使用非定常 AHCG 方法能够清晰地看到漩涡生成、脱落和传播的运动过程, 准确地捕捉涡核的位置, 整体流场结构相比 HCG 方法的计算结果更为清晰.

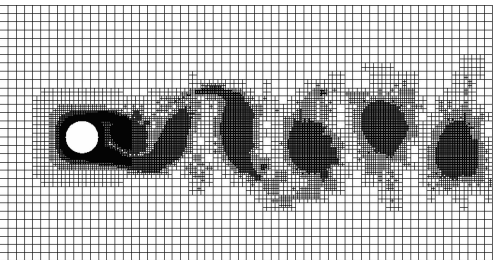
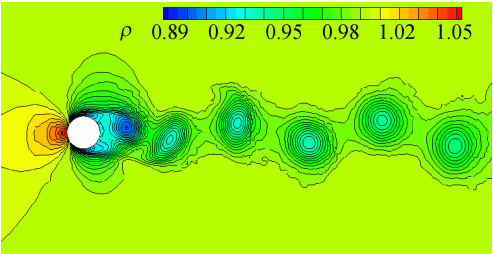
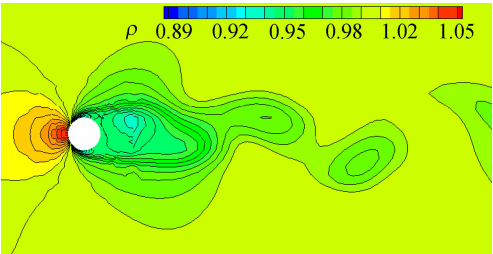


图 14 自适应混合笛卡尔网格
Fig. 14 Mesh with AHCG method



(a) 解自适应



(b) 无解自适应

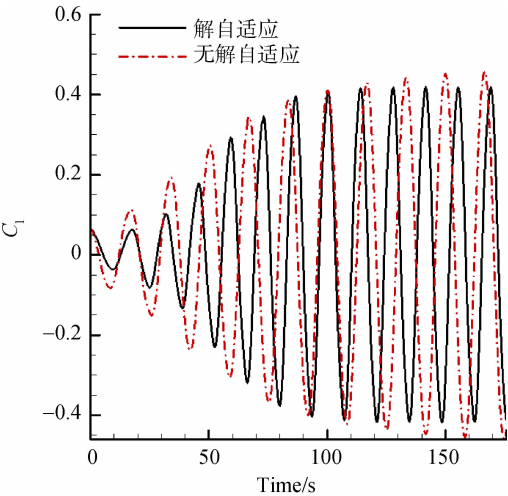
图 15 密度云图的对比

Fig. 15 Comparison of density contours

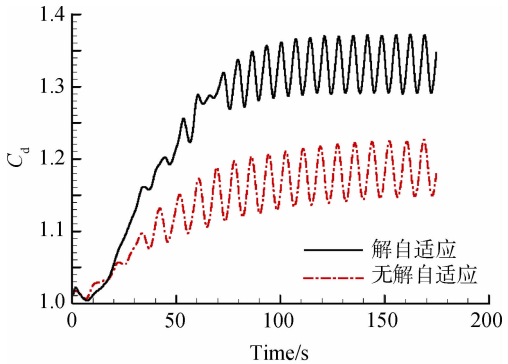
图 16 给出了添加和未添加动态网格自适应技术两种情况下升力系数 (C_l)、阻力系数随着时间的变化, 从表 6 的结果可以看出: 采用动态自适应网格时得到的 S_l 数 0.195, 与实验值^[23] 十分接近, 而未采用自适应技术时得到的数据偏小; 升力系数都围绕零升力线振荡, HCG 方法计算得到的振荡幅值更大; AHCG 方法计算的阻力系数平均值为 1.331, 而 HCG 方法的平均值仅为 1.186.

通过该算例中非定常圆柱尾涡流动的数值模

拟, 可以看到自适应技术的添加能够有效地捕捉尾涡中的非定常漩涡, 改善升阻力的计算结果. AHCG 方法对于漩涡主导流动是十分有效的.



(a) 升力系数的比较



(b) 阻力系数的比较

图 16 升阻力系数随时间的变化关系

Fig. 16 Lift and drag coefficients changed with time

表 6 圆柱绕流计算结果比较

Table 6 Results of flow around a circular cylinder

参数	解自适应	无解自适应	文献[23] 实验数据
S_l	0.195	0.166	0.190
C_l	± 0.417	± 0.448	
C_d	1.331 ± 0.040	1.186 ± 0.039	1.30

4.4 3D-NACA0015 平直机翼翼尖涡的捕捉

该算例验证了过 3D-NACA0015 平直机翼的流场和翼尖尾涡的分布. 该算例中来流马赫数为 0.1235, 攻角为 12° , $Re_\infty=1.5 \times 10^6$. 该状态的实验结果是由 Mcalister, Takahashi^[24] 测量得到, 展弦比为 6.6, 为了便于在 XY 平面内生成 O 型网

格,剖面选取尾缘带有厚度的 NACA0015 二维翼型,三维的几何外形如图 17 所示. 该算例中在近壁面处采用了六面体和棱柱两种网格类型,包含 1013900 个六面体单元和 45 400 个棱柱网格单元;根据贴体网格的外边界生成与之重叠的笛卡尔网格,初始步长为 0.25,共进行了 4 次的几何加密. 数值模拟的过程中采用了基于无量纲 Q 判据的解自适应方法来捕捉翼尖尾涡,每 5 000 步一次,共自适应 4 次后最终混合网格的总数为 4 902 356,图 18 对比了初始网格和解自适应之后的网格截面图,可以看到利用该判据进行解自适应之后,尾涡所在位置都得到了加密.

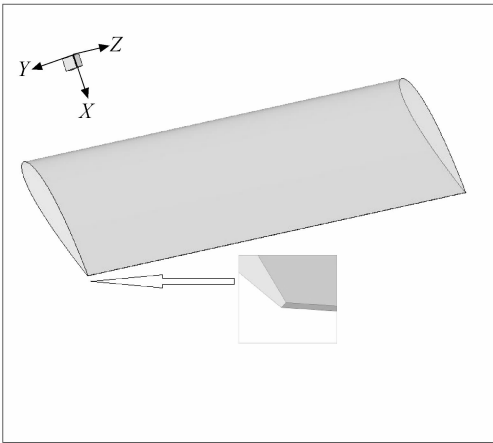


图 17 NACA0015 三维平直机翼几何外形
Fig. 17 Views of a 3-D-NACA0015 square wing

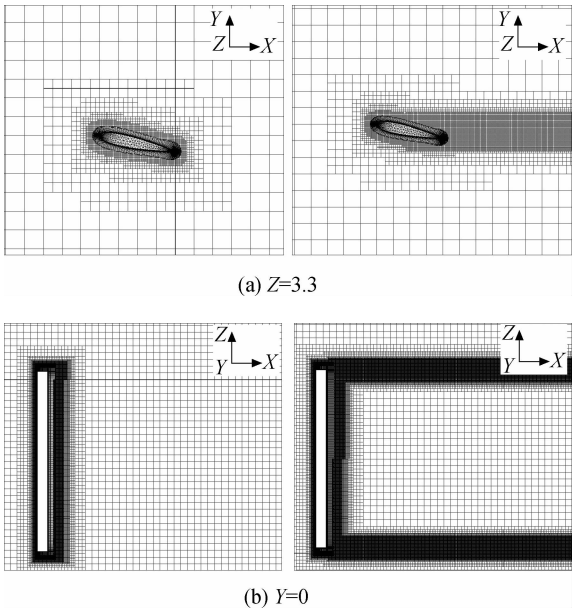


图 18 计算网格自适应前后对比示意图
Fig. 18 Comparison of mesh with and without adptive mesh refine

由于上下翼面压力差的存在,在翼梢后方会卷起漩涡,并沿着流动方向在下游形成管状的翼尖涡结构. 图 19 给出了采用 Q 判据的 AHCG 方法数值模拟中 $\|\omega\|=0.5$ 的涡量等值面图,从图中可以清晰地看到翼尖涡的结构以及笛卡尔网格对其的捕捉效果. 图 20 给出了在尾缘下游 1.0 和 6.0 倍弦长处,过涡核中心 Y 方向的无量纲速度 V/V_∞ 在两个截面上的二维分布;图 21 给出了上述两个截面上 V/V_∞ 随展向坐标 Z 的数值变化,并与实验结果[24]以及文献[19]中的结果做了比较,可以看到距离尾缘位置越远,涡核的位置往内侧偏移,从下游 $1c$ 截面上的 $Z=-3.197$ 处偏移到了 $6c$ 截面上的 $Z=-3.09$ 处,这与实验结果的测量是吻合的.

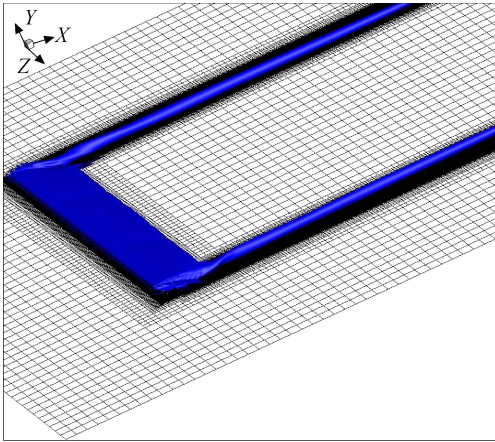


图 19 $\|\omega\|=0.5$ 的涡量等值面
Fig. 19 Isosurfaces of vorticity with $\|\omega\|=0.5$

文献[19]中 Kamkar 等人模拟该问题时近壁面处的贴体非结构网格使用了 2 阶精度的求解器,外层笛卡尔网格的求解精度为 5 阶,总网格数量达到了 14 400 000,从图 21 中能够看到本文方法得到的 V/V_∞ 的最大值相较于实验值偏小了 15%左右,与 Kamkar 等的计算结果相差不多的同时网格数量只有其 1/3. Kamkar 等人分析了这种现象,指出其原因和贴体网格尾缘处的网格尺寸偏大有关,继而加密了贴体网格并且增加了笛卡尔网格初始加密的次数进行了重新的数值模拟,得到了更好的计算结果;该解决途径实现没有技术难度,但是本文受限于现有的计算条件和计算代价,没有进行上述改进.

5 结 论

本文提出了基于多区重叠网格技术的 AH-

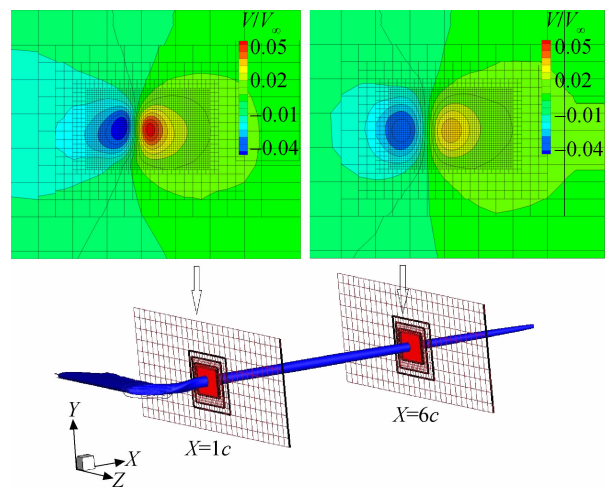
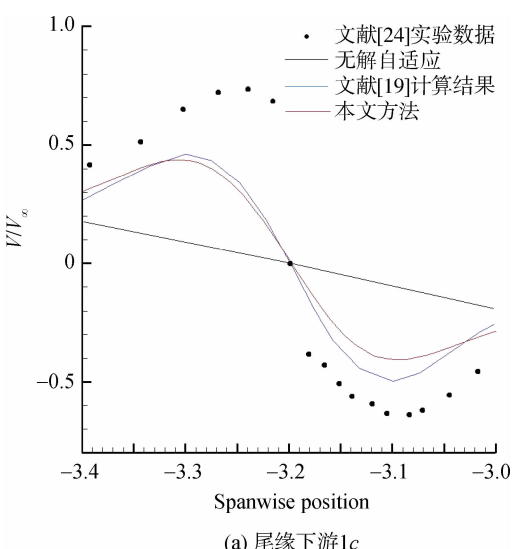


图 20 翼梢下游两个不同截面处涡核周围的速度 V/V_∞ 的平面分布
Fig. 20 Normalized Y-velocity passed through the core at two downstream locations



(a) 尾缘下游1c

CG 方法,发展了一套有限体积格心格式的具有二阶精度的湍流可压缩流场求解程序,并且对网格生成的效率做了相关的耗时测试工作. 选用压力判据模拟超声速圆柱绕流问题,研究了自适应加密次数对该类流场数值模拟结果的影响;选用旋度加散度的自适应判据模拟了绕二维两段翼型流动,初步探究了网格数量和计算质量的相关性;选用旋度判据模拟了低雷诺数圆柱绕流,将动态网格解自适应技术应用到二维非定常漩涡主导流动中;选用无量纲 Q 判据捕捉了三维 NACA0015 平直机翼的翼尖尾涡,验证了本文方法在三维情况下的有效性以及三维问题中“贡献单元”搜索的准确性,不论是尾涡涡核的位置变化还是下游速度分量的分布都得到了令人满意的结果. 通过以上的典型算例,本文得到如下结论:

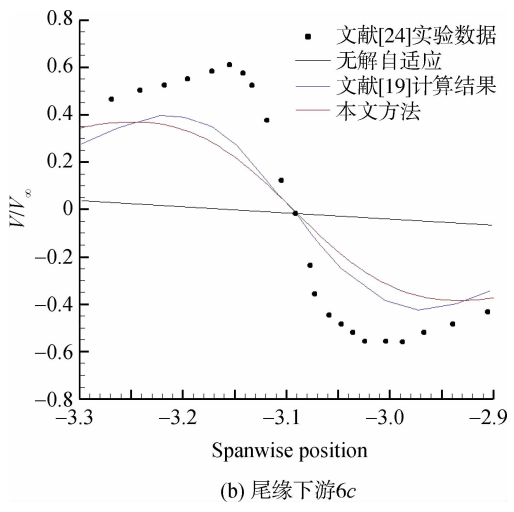


图 21 尾缘下游不同截面处 V/V_∞ 随展向位置的变化及和实验值、文献值的对比
Fig. 21 Normalized Y-velocity values at two downstream locations compared with results from experiment and reference

1) HCG 方法是一种有效的网格生成方法,能够模拟二维多物体复杂流动问题,同时适用于三维流动问题.

2) 用“贡献单元”直接进行两套网格之间的信息传递是可行的,ADT 算法的引入可以使“贡献单元”的搜索更高效快捷.

3) 基于流场特征的网格自适应技术能够改善升阻力的计算结果、提高流场的数值模拟准确度,并且能够推广到非定常流动的计算当中实现网格的动态自适应,对于诸如漩涡主导流动的模拟十分有效.

参考文献:

[1] Anderson W K. A grid generation and flow solution method for the Euler equations on unstructured grids[J]. Journal of Computational Physics, 1994, 110(1): 23-28.
[2] 阎超. 计算流体力学方法及应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
[3] Marcum D. Generation of unstructured grids for viscous flow applications[R]. AIAA 95-0212, 1995.
[4] Coirier W J, Powell K G. An accuracy assessment of Cartesian mesh approaches for the Euler equations[J]. Journal of Computational Physics, 1995, 117(1): 121-131.
[5] Domel N D, Karmen S L. Splitflow: progress in 3D CFD with Cartesian Omni-tree grids for complex geometries [R]. AIAA 2000-1006, 2000.
[6] Aftosis M J, Berger M J, Melton J E. Robust and efficient Cartesian mesh generation for component-based geometry[R]. AIAA-97-0196, 1997.
[7] Steger J L, Dougherty F C, Benek J A. A chimera grid

- scheme[R]. Houston, TX: ASME Mini-Symposium on Advances in Grid Generation, 1982.
- [8] Chiu I T, Meakin R L. On automating domain connectivity for overset grids[R]. AIAA 95-0854, 1995.
- [9] Bonet J, Peraire J. An alternating digital tree (ADT) algorithm for 3D geometric searching and intersection problems[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, 31(1): 1-17.
- [10] Benek J A, Steger J I. Chimera: a grid-embedding technique[R]. AEDC-TR-85-64, 1985.
- [11] Munikrishna N, Liou M S. A Cartesian based body-fitted adaptive grid method for compressible viscous flows[R]. AIAA 2009-1500, 2009.
- [12] Cho K W, Kwon J H. Development of a fully systemized chimera methodology for steady/unsteady problems[J]. Journal of Aircraft, 1999, 36(6): 973-980.
- [13] Blazek J. Computational fluid dynamics: principles and applications[M]. Amsterdam: ELSEVIER, 2001.
- [14] Sharov D, Nakahashi K. Reordering of 3-D hybrid unstructured grids for vectorized LU-SGS Navier-Stokes calculations[R]. AIAA 97-2102, 1997.
- [15] Liou M S. A sequel to AUSM: AUSM+ [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 129(2): 364-382.
- [16] Venkatakrishnan V. On the accuracy of limiters and convergence to steady state solutions[R]. AIAA 93-0880, 1993.
- [17] Menter F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal, 1994, 32(8): 1598-1605.
- [18] Zeeuw D L. A quadtree-based adaptively-refined Cartesian-grid algorithm for solution of the Euler equations[D]. Michigan: University of Michigan, 1993.
- [19] Kamkar S J, Wissink A M, Sankaran V, et al. Fwature-driven Cartesian adaptive mesh refinement for vortex-dominated flows[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230(16): 6271-6298.
- [20] Bashkin V A, Vaganov A V, Egorov I V, et al. Comparison of calculated and experimental data on supersonic flow past a circular cylinder[J]. Fluid Dynamic, 2002, 37(3): 473-483.
- [21] Van D V. Boundary layer measurements on a two-dimensional wing with flap[R]. NLR TR79009U, 1979.
- [22] 王运涛, 孟德虹, 邓小刚. 多段翼型高精度数值模拟技术研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(1): 88-93.
WANG Yuntao, MENG Dehong, DENG Xiaogang. High-order numerical study of complex flow over multi-airfoil[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(1): 88-93. (in Chinese)
- [23] Bake W K. Dipole sound from cylinders. mechanics of flow-induced sound and vibration[M]. 1st ed. New York: Academic Press, 1996.
- [24] McAlister K W, Takahashi R K. NACA0015 wing pressure and trailing vortex measurements[R]. NASA TP3151, 1991.